МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГАОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

01.03.04 Прикладная математика

Код и наименование направления подготовки/специальности

Математика эффективных ИТ-решений

Наименование направленности (профиля)/ специализации

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *Очная*

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2026

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

К.пед.н., доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Бастрон А.А.

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 5 от 19.12.2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: сформировать у студентов методологические основы системного анализа и методов решения оптимизационных задач при обосновании и принятии организационно-технических решений.

Задачи дисциплины:

- ознакомить студентов с процессом разработки методов оптимизации для обоснования и принятия решений по защите информации; оценка достоинств и недостатков методов оптимизации, возможности их реализации при помощи ЭВМ;
- сформировать основы математического аппарата для реализации методов оптимизации и системного анализа с выходом на принятие решений в условиях неопределенности и риска;
- научить понимать движение информационных потоков в связи с решением следующих оптимизационных задач:

- распределения вычислительных потоков многопроцессорных ЭВМ;
- синтеза искусственных нейронных систем;
- распределения ресурсов в случаях высокой размерности;
- обеспечения высокого уровня надежности и безопасности функционирования информационных систем.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	**Индикаторы компетенций** (код и наименование)	**Результаты обучения**
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем	*Знать:* эволюцию системных представлений; основные понятия и определения. *Уметь*: обобщать и анализировать информацию, формулировать цели и выбирать оптимальные пути их достижения. *Владеть:* представлением о перспективах развития методов оптимизации выбора альтернативных решений.
	ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов	*Знать:* содержание и сущность математических методов оптимизации; методы выбора и принятия решений как завершающей стадии системного прохода к проектированию, созданию и эксплуатации информационных систем. *Уметь*: формулировать сущность конкретных методологических принципов, принятия решений и метолов оптимизации; применять основные изученные методы оптимизации в процессе принятия альтернативных решений во многокритериальных задачах с учетом неопределенности и риска. *Владеть:* представлением о возможностях применения ЭВМ с целью реализации методов оптимизации, составляющих основу перспективных информационных систем безопасности, функционирующих в режиме реального времени.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.
Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Дифференциальные уравнения», «Численные методы», «Теория управления».
В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Математическая теория игр», «Методы принятия решений», «Математическое моделирование», Учебная практика (Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской деятельности)).

2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 академических часов.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
6	Лекции	**24**
6	Практические занятия	**32**
	Всего:	**56**

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 140 академических часов, в т.ч. курсовая работа 20 часов.

3. Содержание дисциплины

ТЕМА 1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, РАЗВИТИЕ СИСТЕМНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Определения и основы системного анализа, место его в ряду направлений, обеспечивающих управление сложными системами: теория принятия решений, исследование операций, теория систем, теория игр, системотехника, системы массового обслуживания, моделирования систем.
Примеры и место задач оптимизации в прикладных задачах в распределении ресурсов, логистики и т.п.; знакомство с методом последовательных предпочтений.
Основные понятия системного анализа: элементы системы связи, обратная связь, система, большая система, иерархия в системах, декомпозиция системы, матроидные структуры. Понятие сложности системы по Колмогорову.
Построение класса экстремальных задач в системном анализе, допускающих матроидный подход и разрешимых методом последовательных предпочтений.
История становления и развития системного анализа.

ТЕМА 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ: ИСХОДНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Основные сведения из теории множеств, графов, матроидных структур и задач целочисленной оптимизации.
Комбинаторные основы системного анализа и методов оптимизации: сочетания, перестановки, упорядоченность, размещения, распределения.
Бином Ньютона и основные следствия, вытекающие из него.

Метод рекуррентных соотношений, метод и числа Фибоначчи.
Задача обеспечения надежности системы защиты информации методом оптимального резервирования отказавших элементов. Задача защиты информации в сложной системе.
Целевая функция в оптимизационной задаче с усложненным составом распределения ресурсов.

ТЕМА 3. МЕТОДЫ БЕЗУСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Построение класса элементарных задач, допускающих матроидный подход и разрешимых методом последовательных предпочтений.
Пример практической задачи безусловной минимизации (метод наименьших квадратов).
Выпуклые множества и выпуклые функции: свойства выпуклых функций, выпуклые квадратные функции. Прямые методы безусловной минимизации: минимизация по правильному симплексу, поиск точки минимума по деформируемому симплексу, метод циклического покоординатного спада, алгоритм Хука-Джависа, метод случайного поиска, метод сопряженных направлений. Методы безусловной минимизации на основе производной функции: метод градиентного спада, метод наискорейшего спада, метод Ньютона, квазиньютоновские методы.
Задача «обеспечение надежности за счет оптимального резервирования отказавших элементов».
Задача «защита информации в системе».

ТЕМА 4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Линейное программирование. Задачи нелинейного программирования, сводимые к целочисленному программированию с нелинейной целевой функцией к линейному программированию: задачи дробно-линейного программирования, квадратичное программирование.

ТЕМА 5. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Методы возможных направлений: случай линейных и нелинейных ограничений. Градиентные методы: метод проекции, метод условного градиента. Методы последовательной безусловной оптимизации, методы штрафных и барьерных функций.

ТЕМА 6. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Постановка оптимизационной задачи проектирования искусственной нейронной сети. Целевая функция в оптимизационной задаче с усложненным составом распределяемого ресурса.
Примеры математических моделей дискретных задач оптимизации. Метод отсечения. Методы ветвей и границ. Дискретное динамическое программирование: постановка многошаговой задачи оптимизации, принцип оптимальности, метод Беллмана.

ТЕМА 7. ОПТИМИЗАЦИЯ В БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Банаховы и гильбертовы пространства функций: линейные функциональные пространства, нормированные и математические пространства, банаховы и гильбертовы пространства. Основные сведения о функционалах в банаховых пространствах, выпуклые функционалы. Необходимые и достаточное условия минимума функционала: задача минимизации в банаховом пространстве. Условие минимума дифференцируемого функционала. Теорема Куна-Таккера. Приближенные методы минимизации функционалов при наличии ограничений: метод проекции градиента, метод штрафных функционалов, метод условного градиента. Метод градиентного спада, метод наискорейшего спада, метод сопряженного градиента.

ТЕМА 8. МАТРОИДЫ В ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Вопросы существования локального минимума, метод и алгоритм последовательных

предпочтений.
Многокритериальная задача оптимизации: метод анализа иерархий (метод Т.Л.Саати), теоретико-аналитические предпосылки, сущность метода, алгоритм его реализации.

4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как лекция-визуализация с применением слайд-проектора, лекция-беседа.
Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.
В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

– видео-лекции**;**
– онлайн-лекции в режиме реального времени;
– электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
– системы для электронного тестирования;
– консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	**Макс. количество баллов**	
	За одну работу	**Всего**
Текущий контроль: расчетно-графические работы (РГР) №№ 1,2 (темы 3,5) тестирование (тема 8)	 15 баллов 30 баллов	 30 баллов 30 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен (экзамен по билетам)		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	удовлетво-рительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет-ворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные вопросы/задания для тестирования

1. Что общего в определении выпуклого множества и выпуклой функции?
а) Ничего, это абсолютно разные математические понятия.
б) Это две стороны одного и того же понятия.
в) Общее – это линейная форма с её геометрическим образом – отрезком.
2. Линейная функция является и выпуклой и вогнутой одновременно. А вот в строгом ли это смысле?
а) Да, в строгом, в обоих случаях.
б) Одновременно и в строгом и не в строгом смысле.
в) Одновременно не в строгом.
3. Справедливо ли утверждение: выпуклость и вогнутость определяются только относительно выпуклых множеств $M \subset E_n$?
а) Оно ложно
б) Утверждение лишено смысла.
в) Да, истинно.
4. Можно ли определить выпуклое множество в терминах дифференциального исчисления?
а) Нельзя.
б) Да, можно, если ввести производную по множеству.
в) Можно, и это уже сделано.
5. Возможно ли ввести определение выпуклости функции на основе матриц и их детерминантов?
а) Нельзя.
б) Да, возможно.
в) Вопрос лишен смысла.
6. Эквивалентны ли следующие условия выпуклости функции f(x) на E_n:
1) $\forall x_1, x_2 \in E_n,\ \lambda + \mu = 1\ f(\lambda x_1 + \mu x_2) \le \lambda f(x_1) + \mu f(x_2)$;
2) $\forall x_1, x_2 \in E_n,\ x_1 < x_2\ (x_2 - x_1) f'(x_1) \le f(x_2) - f(x_1)$;
а) Да, абсолютно.
б) Да, при дополнительных условиях.
в) Нет.
7. Эквивалентно ли условие выпуклости функции $f(x)|_{x=\lambda}=(\nabla f(x+\lambda s), s)$, которая монотонно возрастает по $\lambda \in E_n$ при любых фиксированных x и s, условиям 1) и 2) из вопроса 6 (здесь ∇ - оператор производной по направлению λ)?
а) Да, эквивалентно.
б) Нет.
в) Да, при определенных условиях.
8. Допустимо ли определение выпуклости дважды дифференцируемой функции f(x) через функцию $\varphi(\lambda) = f(\lambda s + \mu x)$, где $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \lambda^2} \ge 0$, $\lambda + \mu = 1$, определенной из вопросов 6) и 7) ?
а) Нет, безоговорочно.
б) Да, эквивалентно.
в) Необходимы дополнительные данные о свойствах функции f(x) и φ(λ).
9. Можно ли утверждать, что для выпуклой функции $f(x) \in c^2$, $\forall x \in E_n$ со своей матрицей Гессе $H(x) = \partial^2 f(x) \partial x^2$ должно быть выполнено условие $\Delta x^t H(x) \Delta x \ge 0$?
а) Да, всегда.
б) Нет, категорически.
в) Гессиан здесь не при чем.
10. Является ли выпуклым пустое множество?
а) Нет.
б) Да, по определению.

в) Вопрос не корректен.
11. Является ли выпуклым множество, состоящее из одной точки?
а) Да, по определению.
б) Нет, абсолютно.
в) Вопрос лишен смысла.
12. Является ли выпуклым множество точек, составляющее отрезок, выпуклым?
а) Нет.
б) Да, если исключить концевые отрезки.
в) Да, оно и выпуклое и вогнутое одновременно.
13. Является ли выпуклым множество точек пересечения двух выпуклых множеств?
а) Да.
б) Нет.
в) Оно становится выпуклым и вогнутым одновременно.
14. Как проверить выпуклость функцию f(x) на множестве $M=E_4$,
$f(x)=x_1^6+x_2^2+x_3^2+x_4^2-10x_1-10$?
а) Только через Гессиан.
б) Можно и дифференциальным способом (через матрицу Гессе) и недифференциальным.
в) Недифференциальным никак нельзя.
15. Как идентифицировать (привести к каноническому виду) квадратичную форму $f(x)=x_1x_2$?
а) Никак, поскольку за ней не стоит никакая форма.
б) Линейным преобразованием $y_1=x_1+x_2$, $y_2=x_1-x_2$.
в) Ортогональным преобразованием $y=x^tHx$.
16. Справедливо ли утверждение: об условиях 1-го и 2-го порядков можно говорить при отсутствии ограничений на переменные, по которым осуществляется оптимизация дифференциальным методом?
а) Да, только так.
б) Нет.
в) Постановка вопроса не принята в теории нелинейной оптимизации.
17.Можно ли считать необходимыми условиями min f(x) при отсутствии ограничений следующие условия:
$\nabla f(x^*)=0$ (условие 1-го порядка),
$\Delta x^t H(x^*)\Delta x \geq 0$ (условие 2-го порядка), где $\nabla f(x)$ - градиент функции $f(x^*)$, $H(x^*)$ - матрица Гессе для $x=x^*$?
а) Да, это и есть необходимые условия.
б) Они и необходимы и достаточные одновременно.
в) Они достаточные.
18. Являются ли достаточными условиями min f(x) при отсутствии ограничений следующие условия (обозначения – см. вопрос 17)?
$\nabla f(x^*)=0$
$\Delta x^t H(x^*)\Delta x > 0$?
а) Да.
б) Нет.
в) Нет, так как градиент равен 0.
19. Можно ли считать метод множителей Лагранжа основным методом решения экстремальных задач?
а) Да, если дополнительно принять условия: имеется в виду локальный экстремум и функции ограничений g(x) удовлетворяют условию Якоби (т. е. в точке x*- стационарной точке ранг матрицы Якоби совпадает с числом строк матрицы частных производных от функций ограничений)

6. $rg(\partial g(x^*))/\partial x = rg\begin{pmatrix} \frac{dg_1}{dx_1} & \dots & \frac{dg_1}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dg_m}{dx_1} & \dots & \frac{dg_m}{dx_n} \end{pmatrix} = m$, где m- число функций ограничений

б) Да, условно универсальным, так как не учитывается ограничения в задаче.
в) Нет, это один из множества методов.
20. Каков генезис множителей Лагранжа?
а) Они возникают при управлении дифференциалом «зависимых» переменных (его надо обратить в нуль, что возможно за счет обнуления этих множителей). При этом остаются только дифференциалы «независимых» переменных.
б) Это введено аксиоматически.
в) Они появились в процессе поиска множества «претендентов» на решение задачи условной оптимизации.
21. Известно ли вам применение главных миноров окаймляющей матрицы Якоби для функций в решении задачи о положительной/отрицательной определенности этой матрицы?
а) Не известно, так как упомянутые здесь понятия линейной алгебры не имеют никакого отношения к оптимизации.
б) Да, известно и это эффективный аппарат.
в) Нет, в этом нет необходимости, так как можно использовать другие методы, например, метод на основе вторых дифференциалов.
22. Можно применить метод множителей Лагранжа для решения каких-либо других задач?
а) Нет, этот метод в классической задаче оптимизации пригоден только для поиска оптимального решения.
б) Да, он позволяет измерить т. н. чувствительность оптимального значения целевой функции к изменению констант ограничений.
в) Да, он позволяет так же решать многокритериальные оптимизационные задачи.
23. В чем состоит главное отличие метода Куна-Таккера от метода множителей Лагранжа?
а) В том, что он всегда дает необходимые и достаточные условия существования экстремума.
б) Он позволяет учесть ограничения типа неравенств.
в) Этот метод учитывает нелинейность целевой функции и условия регулярности (условия Слейтера).
24. В чем отличие математической постановки задачи целочисленного линейного программирования от обычной задачи линейного программирования?
а) Только тем, что на искомые переменные дополнительно накладываются ограничения целочисленности.
б) Тем что исключается т. н. принцип бивалентности в случае целочисленного программирования.
в) В принципе, ничем.
25. Допустимо ли округление дробных значений переменных до целых значений в случае решения целочисленных задач методом классического (непрерывного) программирования?
а) Нет, так как это приводит к грубым погрешностям получаемых результатов.
б) Да, допустимо, если при округлении отбрасывают сравнительно малые значения.
в) Оценить невозможно.
26.Верно ли утверждение: сущность метода Гомори, как метода целочисленного программирования, состоит в последовательном приближении к оптимальному плану решения задачи, которая предварительно преобразуется к каноническому виду, то есть вместо ограничений типа линейных неравенств выписываются ограничения типа равенств.
а) Да, все верно.
б) Да, верно, но «линейность» здесь не при чем.
в) Да, верно, однако, к каноническому виду не надо, так как это может привести к изменению

типа задачи.
27. Можно ли метод Гомори по мере приближения к оптимальному целочисленному плану (на каждом шаге приближения) для некоторых переменны, не являющихся целочисленными, вводить дополнительные ограничения?
а) Да, и это принципиально важно.
б) Можно, но вовсе не обязательно.
в) Дополнительные ограничения на каждом шаге приближения должны быть введены на все переменные задачи.
28. Верно ли утверждение: в методе Гомори в отличии от обычной задачи линейного программирования для целочисленной задачи имеет место только конечное множество опорных и оптимальных планов, если решение существует?
а) Да, верно при условии, если симплексный метод, который применяется для решения задачи линейного программирования без учета целочисленности, защищен от зацикливания.
б) Да, это так даже в случае задач большой размерности.
в) Нет, «зацикливание» здесь не уместно.
29. Возможно комплексирование метода Гомори и метода ветвей и границ?
а) Да, но только при проверке полученного целочисленного решения.
б) Нет, это не реально, эти методы принципиально разные.
в) Да, возможно, но только на этапе промежуточных шагов приближения к оптиму.
30. Справедливо ли относится к причинам, по которым метод ветвей и границ получил широкой распространение, его хорошую приспособленность к решению задач с применением ЭВМ?
а) Да, это так.
б) Он, приспособлен не более чем другие методы этого класса.
в) О приспособленности здесь говорить не уместно.
31. Верно ли утверждение: в основе метода ветвей и границ лежит направленный перебор всех планов по дереву решений?
а) Да, верно, особенно для задач большой размерности.
б) Нет, так как всё решает во всех случаях прямой перебор.
в) Нет, поскольку метод основан на блужданиях типа (0;1) по дереву решений.
32. Какие из трех правил вычеркивания ветвей существенно значимы?
Правило 1. Если присвоение переменной x_{i+1} значения 1 приводит к нарушению хотя бы одного из линейных ограничений задачи, то ветвь вычеркивается.
Правило 2. Если движение по данной ветви ведёт к меньшему значению целевой функции (задача на максимум).
Правило 3. Если в предыдущих блужданиях по дереву решений данная ветвь уже использовалась (пройдена) в двух направлениях.?
а) Все три правила важны и обязательны.
б) Важны только первое и третье правила.
в) «Два направления» не при чем.
33. В чем сущность задач геометрического программирования?
а) В жесткой привязке методов их решения к геометрии.
б) В опоре на целевые функции в виде позиномов

$$f_n(x_1,...,x_n)=\sum_{k=1}^{l} c_k \prod_{i=1}^{n} x_i^{a_{k,i}}$$

в) В использовании свойства сепарабельности (разделимости) аддитивной функции цели, каждая отдельная составляющая которой зависит только от одной искомой переменной (аналогичный вид имеют и ограничения).
34. В чем сущность множества В. Парето?
а) Это множество точек, соответствующих эффективным решениям и удовлетворяющих условиям ограничения, а так же функциям цели.
б) Продвижение по точкам этого множества приводит к балансу значений компонент критерия.
в) Точки этого множества соответствуют экстремальным значениям всех компонент критерия.

35. Известен критерий выпуклости $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: эта функция выпукла, если матрица Гессе (или гессиан) – матрица вторых частных производных:

$$G(n \times a) = \begin{pmatrix} a_1 & f_{x_1x_2} \cdots & f_{x_1x_n} \\ f_{x_1x_2} & \ddots & f_{x_1x_2} \\ \cdots & & \cdots \\ f_{x_nx_1} & f_{x_nx_2} \cdots & f_{x_nx_n} \end{pmatrix}$$

является положительно полуопределенной. А как установить положительность полуопределенности $G(n \times a)$?

а) Применить критерий Д. Д. Сильвестра (все определители главных миноров этой матрицы должны быть больше 0 или равны нулю).
б)Через факт чередования знаков неравенств определителей Сильвестра: $\Delta_1 \leq 0$, $\Delta_2 \geq 0$, .. (для нечетных индексов $\Delta_i \leq 0$, а для четных $\Delta_i \geq 0$)
в) Через характеристическое уравнение (корни этого уравнения должны лежать в правой полуплоскости).
36. Какова роль в теории и в практике выпуклого программирования теоремы: локальный максимум (минимум) задачи выпуклого программирования является глобальным максимумом (минимумом)?
а) Это основа многих методов решения задач выпуклого программирования.
б) Она имеет следствие: точка полученного оптимума находится только внутри допустимой области.
в) Она, в принципе, не позволяет решать задачи, указанные в первых двух пунктах.
37. В чем состоит сущность метода решения задачи нелинейного программирования на основе штрафных функций?
а) В поиске экстремума обобщенной функции, которая учитывает математическую постановку задачи и конкретный вид функции штрафа и барьера. При этом имеет место переход от задачи поиска условного экстремума исходной постановки задачи к безусловному экстремуму обобщенной функции.
б) В переходе к процессу последовательных приближений, который обеспечивает (по мере приближения к оптимальной точке) ослабление действия барьерной функции.
в) В гарантированном обеспечении сходимости рабочей последовательности
38. Какими свойствами должна обладать барьерная функция?
а) Она должна быть дифференцируема по всем своим переменным и параметрам.
б) Она должна способствовать удерживанию начальной точки поиска оптимального решения либо внутри допустимой области, то есть – некоторые отталкивание этой точки от границы допустимой области.
в) Она должна притягивать начальную точку поиска оптимума к границе допустимой области, если она была вне области.
39. Какая из трех групп методов нелинейного программирования составляет группу методов общего вида?
а) Метод штрафных функций, метод случайных испытаний, метод решения многокритериальных задач.
б) Методы решения задач квадратичного, геометрического и сепарабельного программирования.
в) Методы выпуклого программирования: возможных направлений поиска, линейной аппроксимации границ допустимой области.
40. На плоскости E_2 в качестве выпуклого множества точек выбран круг радиуса R. Верно ли утверждение: дополнение множества круг не выпукло, если рассматривать круг и полупространство?
а) Да, именно так.
б) В этих условиях полупространство вогнуто.
в) Вопрос не корректен.

41.Можно ли утверждать, что выпуклость и вогнутость определяется только относительно выпуклых множеств $M \subset E_n$?
а) Да, именно так, поскольку определение предполагает, что вместе с любым x_1 и x_2 множеству принадлежат точки $\lambda x_1+\mu x_2$, $\lambda+\mu=1$, что возможно лишь в тех случае, когда множество M выпукло.
б)Нет это не так, поскольку вогнутость здесь вообще не определена.
в) Да, верно, но только если в ответе а) вместо $\lambda x_1+\mu x_2$, $\lambda+\mu=1$ предполагается $\lambda x_1+(1-\lambda)x_2$, $0\le\lambda\le1$
42. Числа Фибоначчи определены так: $f_0=f_1=1$, $f_k=f_{k-1}+f_{k-2}$, $k=2,3,\ldots$
Метод Фибоначчи используется в качестве метода одномерного поиска оптимума, когда число экспериментов – число N заранее известно.
Интервал, в котором находится оптимум x^* - это т. н. интервал l(N) неопределенности максимальной длины l(N), который рассматривается в качестве априорной меры эффективности поиска
43. Верна ли формула для вычисления интервала неопределенности l(2) в методе Фибоначчи: $l(2)=(f_n)^{-1}[l(1)+\varepsilon * f_{n-2}]$, гдеl(1) – начальный интервал неопределенности, а ε – погрешность вычисления целевой функции?
а) Нет, поскольку погрешность ε здесь не определена.
б) Да, именно так.
в) Вопрос лишен смысла, так как не определена целевая функция.
44. В условиях вопроса № 42 и определения метода Золотого сечения:
$l(i-1)/l(i)=l(i)/l(i+1)=\tau$, где $\tau=0,5(1+\sqrt{5})\approx 1,618$, можно для сравнения методов Фибоначчи и Золотого сечения использовать формулу Люкаса $f_i=(\sqrt{5})^{-1}[(\tau)^{i+1}-(-\tau)^{-(i+1)}]$, где l(·) –длины последовательных интервалов неопределенности поиска?
а) Да, можно.
б) Нет, поскольку в формуле не учтена требуемая погрешность поиска.
в) Нет, так как метод золотого сечения не пригоден, когда число экспериментов заранее не задано.

Примерный вариант РГР № 1

1. Может ли быть выпуклым пересечение невыпуклых множеств? Ответ обосновать.
2. Определить λ, при котором заданные в R^2 значение множества $\begin{cases}\lambda\left(x_1-x_2^2\right)=0,\\ x_1+x_2=1\end{cases}$ являются выпуклыми.
3. Найти выпуклые оболочки множеств $\begin{cases}e^{x_1}-x_2\le 0\\ x_2-|x_1|\ge 0\end{cases}$, лежащих в R^2 .
4. Исходя из геометрической интерпретации задачи линейного программирования, убедиться в её разрешимости (найти решение) или неразрешимости:

а) $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=4,\\ x_1-x_3=2,\\ x_2-x_3=1,\\ x_2\ge 0\end{cases}$
$x_1+x_2+x_3\to\max$;

б) $\begin{cases}x_1-x_2+x_3-x_4+x_5-x_6=6\\ x_2-x_3+x_4-x_5+x_6=5\\ x_3-x_4+x_5-x_6=4\\ x_4-x_5+x_6=3\\ \left(x_i\ge 0,\quad i=1,\ldots,6\right)\end{cases}$
$x_1-x_2+x_3-x_4+x_5-x_6\to\min$.

5. Решить задачу линейного программирования, используя опорный план:

$$x_1 - 2x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} -1 \le x_1 + x_2 \le 1 \\ -1 \le -x_1 + x_2 \le 1. \end{cases}$$

6. Симплекс методом решить задачу линейного программирования:

а) $$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_3 = 2, \\ x_2 - x_3 = -1, \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \to \max$$

б) $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 - 2x_6 = 12 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 + 2x_6 = 1 \\ x_3 - 3x_4 + 2x_5 - x_6 = 1 \\ x_4 - x_5 + x_6 = -3 \\ \left(x_i \ge 0, \quad i = 1, \ldots, 6\right) \end{cases}.$$
$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + x_5 - x_6 \to \min$$

Примерный вариант РГР № 2

1. При данных ограничениях, найти точку x^* минимизирующую функцию
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 10 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 = 8 \\ x_3 - 3x_4 + 2x_5 = -1 \\ x_4 - x_5 = -3 \\ \left(x_i \ge 0, \quad i = 1, \ldots, 5\right) \end{cases}$$
$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 \to \min$$

2. Найти угловую точку многогранного множества: $\begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_i \ge 0 \\ i = 1, \ldots, 4 \end{cases}$.

3. Если точка x^* является решение задачи выпуклого программирования, то найти седловую точку Лагранжа: $f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 8x_2 \to \min;$
$\varphi_1(x) = 2x_1 + 3x_2 - 6 \le 0$, точка $x^* = \left(\frac{13}{17}; \frac{18}{17}\right)$.
$\varphi_2(x) = x_1 + 4x_2 - 5 \le 0; \quad x_1, x_2 \ge 0.$

4. Методом штрафных функций найти решение следующей задачи:
$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_2 \to \min;$$
$$\varphi_1(x) = x_1 - 2x_2 - 1 \le 0$$
$$\varphi_2(x) = -2x_1 + x_2 \le 0$$
$$\varphi_3(x) = -x_1 - x_2 - 1 \le 0; \quad x^* = \left(\frac{7}{12}, \frac{3}{4}\right)$$

Примерная тематика курсовых работ

1. Алгоритм Дейкстры, Флойда-Уорщолла, Хаффмана.
2. Задача оптимизации и коды.
3. Производящие функции и задачи оптимизации.
4. Динамическая модель производства Леонтьева.
5. Задача минимального времени: история и возможные решения.

6. Планирование экспериментов на симплексе.
7. Метод штрафных функций: история возникновения метода.
8. Библиотеки программ в решении задач управления.
9. Системы оптимизации задач управления: история постановки задач, возникновение методов.
10. Решение задач оптимизации на языке Python 3.X с использованием математического пакета SciPy.
11. Графический метод решения задачи линейного программирования.
12. Решение оптимизационной задачи линейного программирования.
13. Применение симплекс-метода при решении экономических задач.
14. Применение алгоритмов оптимизации для решения производственной задачи.
15. Распределительная задача с однородными ресурсами
16. Симплекс-метод решения задач линейного программирования
17. Табличный симплекс-метод для решения задач линейного программирования.
18. Решение задач дискретной оптимизации.
19. Решение задачи целочисленного программирования.
20. Решение транспортной задачи методом Фогеля.
21. Транспортная задача с ограничениями пропускной способности.
22. Решение транспортной задачи с дополнительными условиями.
23. Оптимальный раскрой материала.
24. Динамическая задача о замене оборудования.
25. Динамическая задача управления запасами.
26. Решения задачи динамического программирования с использованием программных пакетов.
27. Вычислительные эксперименты с методом потенциалов решения транспортной задачи.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Примерные контрольные вопросы по курсу:

1. Привести примеры функции, заданной на множестве вещественных чисел и обладающей следующими свойствами:
   a) глобальный минимум функции достигается на счетном множестве точек;
   b) функция имеет бесконечное число точек локального минимума, но глобальный минимум функции не достигается
2. Привести примеры отрезков, на которых функции x^2, $\ln x$, $-x^2$, $\cos x$ унимодальны.
3. На каких отрезках вещественной оси функция x^4+8x^3-30x является выпуклой?
4. Привести пример унимодальной, но не выпуклой на отрезке функции.
5. Найти минимальную константу Лупшеца функции x^3+6x^2-15x на отрезке: а) $[0;1]$, б) $[0;10]$.
6. Является ли условие $f'(x)=0$ достаточным для того, чтобы число x было точкой минимума унимодальной, но не выпуклой дифференцируемой функции? Привести пример.
7. Выписать матрицу Гессе квадратичной функции $x_1^2+3x_2^2+2x_1x_2-x_2x_3+2x_2+x_3$.
8. Найти градиент квадратичной функции $x_3^2+2x_1x_2-2x_1x_3+x_2x_3+x_1-x_3$ в точке $x=(1,2,3)$.
9. Является ли выпуклой в E_n функция $\ln(e^{x1}+e^{x2}+e^{x3})$?
10. Найти область выпуклости функции x_1^2/x_2 .
11. Изобразить двудольный граф сораспределения целочисленных ресурсов и соответствующую ему матрицу инциденции.
12. Методом множителей Лагранжа решить задачу $x_2-x_1^2 \rightarrow min$, $x_1^2+x_2^2=1$.
13. Убедиться, что множество всех многочленов степени, не превышающей n, есть линейное пространство.
14. Записать неравенство Коши-Буняковского в пространстве $L_2^{(m)}$ $[a,b]$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература
Основная
1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подгот. дипломир. специалистов "Информатика и вычисл. техника" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - М. [и др.]: Питер, 2006. - 363 с.
2. Бахвалов Н. С. Численные методы. - М.: БИНОМ, Лаб. знаний, 2004. - 636 с.
3. Бубнов В. А. Линейная алгебра: компьютерный практикум / В. Бубнов, Г. Толстова, О. Клемешова. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Лаб. базовых знаний, 2005. - 168 с.
4. Гончаров, В. А. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов / В. А. Гончаров. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16112-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/530446.
5. Методы оптимизации: теория и алгоритмы : учебное пособие для вузов / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк, Ю. М. Метельский, С. А. Богданович. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 357 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04103-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/514524.
6. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3859-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/507818.
7. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будак, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6157-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/536292.
8. Методы оптимизации. Задачник : учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/541798.
9. Токарев, В. В. Методы оптимизации : учебник для вузов / В. В. Токарев. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 440 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04712-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/585737 (дата обращения: 21.02.2026).
10. Управление запасами: многофакторная оптимизация процесса поставок : учебник для среднего профессионального образования / Г. Л. Бродецкий, В. Д. Герами, А. В. Колик, И. Г. Шидловский. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 322 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10776-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/587063 (дата обращения: 21.02.2026).

Дополнительная
1. Вентцель Е. С. Исследование операций : задачи, принципы, методология: [учеб. пособие для студентов втузов] / Е. С. Вентцель. - Изд. 4-е, стер. - М.: Высш. шк., 2007. - 206 с.
2. Bidar, Mahdi & Mouhoub, Malek. (2022). Nature-Inspired Techniques for Dynamic Constraint Satisfaction Problems. Operations Research Forum. 3. 10.1007/s43069-021-00116-6. -]. — URL: https://www.researchgate.net/publication/360230272_Nature-Inspired_Techniques_for_Dynamic_Constraint_Satisfaction_Problems.

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.r-project.org/
3. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://cran.r-project.org/
4. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm
5. Язык и среда R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://r-statistics.livejournal.com/

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru
Электронная библиотека Grebennikon.ru www.grebennikon.ru
Cambridge University Press
ProQuest Dissertation & Theses Global
SAGE Journals
Taylor and Francis
JSTOR

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: https://liber.rsuh.ru/ru/bases

Информационные справочные системы:
1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Доступ к профессиональным базам данных: https://liber.rsuh.ru/ru/bases

Информационные справочные системы:
3. Консультант Плюс
4. Гарант

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения:

- *для лекций:* учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows

2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

- *для практических занятий:* компьютерный класс или лаборатория, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком для преподавателя, компьютерами для обучающихся, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:

1. Windows

2. Microsoft Office

3. Mozilla Firefox

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

• для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

• для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.

• для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

• для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

• для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;

• для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемыми эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Тема 1. Численные методы минимизации функций одной переменной. Численные методы определения экстремальных значений функций. Практическая реализация метода анализа иерархий (метода Т.Л. Саати).

Задания:

1. Овладеть численными методами минимизации функций одной переменной, определения экстремальных значений функций.
2. Прямыми методами минимизации.
3. Методами минимизации, основанные на использовании производных функций
4. Решить типовые задачи для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Указания по выполнению заданий:

Решение задач из:

[2 осн. лит.] с.392: 17.13 – 17.22, 17.25 -17.33, 17.40 – 17.48, 17.54 – 17.62, 17.76 - 17.73, 17.84 – 17.89

Контрольные вопросы:

1. Как называется точка, если функция достигает в этой точке своего наибольшего значения?

точкой глобального (абсолютного) максимума функции f(x) на множестве X.

2. Что, согласно критерию проверки достаточных условий экстремума (критерию Сильвестра), необходимо и достаточно для того чтобы матрица Гессе была отрицательно определенной и точка являлась точкой локального максимума?

чтобы знаки угловых миноров чередовались, начиная с отрицательного.

3. Что, согласно критерию проверки необходимых условий экстремума второго порядка, необходимо и достаточно для того чтобы матрица Гессе была положительно полуопределенной и точка может быть являлась точкой локального минимума?

чтобы все главные миноры определителя матрицы Гессе были неотрицательны.

4. Какая функция f(x) называется строго выпуклой?

если функция целиком лежит ниже отрезка, соединяющего две ее произвольные, но не совпадающие точки.

5. При каком типе оценок состояния динамического объекта требуется построить оценку вектора состоя-ния объекта в момент времени t по наблюдениям за выходом объекта вплоть до момента , если ?

фильтрация.

6. Куда направлен антиградиент функции?
в сторону наибольшего убывания функции в данной точке
7. В каком случае идет речь о задаче дробно-линейного программирования?
в случае, когда целевая функция является отношением двух линейных функций, а ограничения линейны.
8. Какая квадратичная форма (а также соответствующая матрица Гессе H(x)) называется положительно определенной (H(x) > 0)?
если для любого ненулевого выполняется неравенство.
9. Как выбирают целевую функцию при математической формулировке задачи оптимизации?
целевую функцию выбирают с таким знаком, чтобы решение задачи соответствовало поиску минимума этой функции
10. При каком типе оценок состояния динамического объекта требуется построить оценку вектора состояния объекта в момент времени t по наблюдениям за выходом объекта ?
сглаживание.
11. Что, согласно критерию проверки достаточных условий экстремума (критерию Сильвестра), необходимо и достаточно для того чтобы матрица Гессе была положительно определенной и точка являлась точкой локального минимума?
чтобы знаки угловых миноров были строго положительны.
12. В каком случае идет речь о задаче дискретного программирования?
если множество допустимых решений оказывается конечным множеством.
13. Как называется задача построения структуры S и параметров P оператора модели F?
идентификацией в широком смысле.
14. Как называют задачу минимизации, если целевая функция и левые части ограничений типа равенства и (или) неравенства в задаче являются позиномами?
задачей геометрического программирования.
15. Как называется точка , если функция достигает в этой точке своего наименьшего значения?
точкой глобального (абсолютного) минимума функции f(x) на множестве X.
16. Какая параметрическая идентификация проводится в режиме нормального функционирования объекта управления?
пассивная.
17. Как называют точку , в которой функция достигает своего наименьшего значения? (Ω — множество допустимых решений)
оптимальным решением задачи.
18. Что, согласно критерию проверки необходимых условий экстремума второго порядка, необходимо и достаточно для того чтобы матрица Гессе была отрицательно полуопределенной и точка может быть являлась точкой локального максимума?
чтобы все главные миноры четного порядка были неотрицательны, а все главные миноры нечетного порядка — неположительные.
19. Что называется градиентом непрерывно дифференцируемой функции в точке?
вектор-столбец, элементами которого являются частные производные первого порядка, вычисленные в данной точке.
20. Какое утверждение неверно?
если f(x) строго выпуклая функция на выпуклом множестве X, то она может достигать своего глобального минимума на X более чем в одной точке.
21. Что называется поверхностью уровня функции?
множество точек, в которых функция принимает постоянное значение.
22. Какая квадратичная форма (а также соответствующая матрица Гессе H(x)) называется отрицательно определенной (H(x) < 0)?
если для любого ненулевого выполняется неравенство.
24. Какой объект управления называется наблюдаемым?
если по измерениям выходного сигнала можно определить его состояние.

25. При каком типе оценок состояния динамического объекта требуется построить оценку вектора состояния объекта в момент времени t по наблюдениям за выходом объекта вплоть до момента , причем ?

Тема 2. Безусловная минимизация функций многих переменных. Выпуклые функции и множества. Практические расчеты по методам А.Вальда, Л.Сэвиджа, А.Гурвица, В. Парето (интерпретация методов на задачах защиты информации и экономического содержания).

Задания:

Овладеть методом безусловной минимизации функций многих переменных.

Решить типовые задачи для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Указания по выполнению заданий:

Решение задач из:

1. [2 осн. лит]: Методы безусловной минимизации, основанные на вычислении первых производных функции (стр. 344)

1. Рассмотреть пример 5 стр. 346
2. Решить одно из заданий № 17.123-17.128

Методы безусловной минимизации, использующие вторые производные (стр. 350)

- Рассмотреть пример 7 стр. 351
- Решить одно из заданий № 17.178-17.144

Контрольные вопросы:

1. Какой метод прямого поиска называется пассивным?

все N точек , в которых будут вычислены значения функции, выбирают заранее.

2. По какому выражению при применении метода Флетчера-Ривса определяют величину шага?

$$\varphi(t_k) = f\left(x^k + t_k d^k\right) \to \min_{t_k}$$

3. В каком случае стратегия поиска в методах минимизации считается не определенной?

если определено заданное время вычислений.

4. Как называется выражение , где ?

конечно-разностным отношением.

5. Как называются выбор очередной точки и вычисление значения ?

шагом последовательного поиска.

6. Чем является величина D(f) в выражении ?

область определения функции f(x).

7. К каким методам относятся методы Марквардта, Ньютона-Рафсона?

к методам второго порядка.

8. Какой должна быть заданная точность нахождения точки ?

больше абсолютной погрешности.

9. В каком случае деление отрезка на две неравные части называют золотым сечением?

отношение длины всего отрезка к длине его большей части равно отношению длины большей части к длине меньшей части.

10. Что из перечисленного не относится к методам прямого поиска?

взвешенный метод наименьших квадратов.

11. К чему относится метод квадратичной аппроксимации?

к полиномиальной аппроксимации.

12. На каком отрезке X можно строить и сравнивать между собой методы прямого поиска?

X = [0, 1]

13. Какую функцию имеет метод Левенберга?

$$H(\lambda, h) = \frac{(1-R)}{\lambda} = (h+\lambda)^{-1}$$

14. Как называют число τ в выражении ?
отношением золотого сечения.
15. В чем состоит основная цель нормализации ограничений?
в достижении сбалансированности
16. Как называется скалярная функция ?
функция релаксации.
17. Какая из представленных на рисунке функций не является строго унимодальной?
18. Как называют методы непосредственного решения задач условной оптимизации, основанные на движении из одной допустимой точки, где выполняются все ограничения к другой допустимой точки с лучшим значением целевой функции?
методы возможных направлений.
19. Какому методу аналогичен метод Ньютона?
методу касательных.
20. Какая функция f(x) называется унимодальной функцией на отрезке [a, b]?
функция, для которой существует такая точка , что функция f(x) в полуинтервале убывает, а в полуинтервале возрастает.
21. При каком условии метод прямого поиска считают наилучшим?

$$l_N(P^*) = \min_{P \in \mathcal{P}} \max_{f \in \mathcal{F}} l_N(P, f), \quad \text{или} \quad l_N(P^*) = \min_{P \in \mathcal{P}} \sup_{f \in \mathcal{F}} l_N(P, f)$$

22. Какой алгоритм применяется для реализации метода циклического покоординатного спуска?
алгоритм GZ1.
23. Что называется интервалом неопределенности?
интервал, в котором гарантированно находится точка , соответствующая значению.
24. Что из перечисленного не относится к целям нормализации основных переменных задачи?
улучшение обусловленности задачи.
25. При решении каких задач применяется метод циклического покоординатного спуска?
канонические задачи построения минимизирующей последовательности для функционала J(x).

Тема 3. Математическая игра на чистых и смешанных стратегиях: графические иллюстрации стратегий. Задачи линейного программирования, графические методы решения задач.
Задания:
Овладеть методами линейного программирования.
Решить типовые задачи для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.
Указания по выполнению заданий:
Решение задач из:
1. [3 осн. лит]: 1.49, 151, 1.54, 1, 58, по методическому пособию дополнительные задания; [3 осн. лит]: 2.1, 2.3.
2. [2 осн. лит]:
Постановка задачи линейного программирования. Графический метод решения.
- рассмотреть пример 2, 3, 4 стр. 359-360
- решить одно из заданий № 17.188- 17.195 стр. 360-361
- рассмотреть пример 5 стр. 362
- решить одно из заданий № 17.201- 17.206
Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.
- рассмотреть пример 6 (стр. 369) стр. 364-370
- решить одно из заданий № 17.207- 17.212 стр. 371-372
Целочисленное линейное программирование
- рассмотреть пример 117.226 (стр. 378) стр. 378-379
- решить одно из заданий № 17.227- 17.232 стр. 379

Контрольные вопросы:

1. При каком условии базисное решение является оптимальным?

все относительные оценки становятся неположительными.

2. При каком условии задача линейного программирования имеет одно единственное решение?

число нулевых оценок равно числу базисных переменных.

3. Какое разбиение осуществляется при использовании метода ветвей и границ?

разбиение множества допустимых решений на два подмножества.

4. Что из перечисленного не относится к точкам, «подозрительным» на экстремум?

точки, в которых ранг матрицы Якоби системы уравнений связи больше количества уравнений связи.

5. Что является условием завершения выполнения расчетов при использовании метода ветвей и границ?

$f(x^{k*}) \leq \underline{f}$

6. Какая дополнительная переменная вводится в ограничение-неравенство со знаком ?

переменная со знаком +.

7. Какая переменная должна быть выведена в базис по данным таблицы?

8. **При каком условии задача линейного программирования имеет бесконечное множество решение?**

число нулевых оценок превышает число базисных переменных.

Тема 4. Нелинейные задачи оптимизации и методы их решения.

Задания:

Овладеть способами решения нелинейных задач оптимизации.

1. Задачи, сводящиеся к линейному программированию
2. Методы возможных направлений
3. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования
4. Методы штрафных и барьерных функций

Решить типовые задачи для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Указания по выполнению заданий:

Решение задач из [2 осн. лит]: 2.20, 2.23, 2.26, индивидуальные карточки

Контрольные вопросы:

1. Что из перечисленного не включает общая задача нелинейного программирования?

нормированные константы.

2. Что не относится к особенностям задач динамического программирования?

целевая функция не равна сумме целевых функций каждого шага.

3. Каким выражением задаются уравнения Беллмана в задачах динамического программирования?

$$Z_k^*(s_{k-1}) = \max_{\{X_k\}}\left\{f_k\left(s_{k-1}, X_k\right) + Z_{k+1}^*(s_k)\right\}$$

4. Какой знак ставится перед числом М при переходе к М-задаче в поиске минимума целевой функции?

+.

5. Что является решением задачи выпуклого программирования, в которой целевая функция выпукла и допустимое множество выпукло?

любая точка локального минимума целевой функции.

6. Какие оценки являются положительными по данным таблицы?

Δ_1 и Δ_3

7. Какое утверждение является верным?

задача, представленная на рисунке, не имеет решения.

8. Что не относится к основным ограничениям задач линейного программирования?

искомое решение является неотрицательной величиной.

9. Что не является координатой в методе ветвей и границ?

целочисленная координата с наименьшим или наибольшим индексом

10. Каким выражением может быть записана общая задача нелинейного программирования?

$$f_0(x) \to \min, x \in \Omega \subset R^n$$

11. Что не является условием завершения ветвления в задачах целочисленного линейного программирования?

решение нецелочисленное.

12. Что из перечисленного не относится к основным выражениям в постановке задач линейного программирования?

$$f_0(x) \to \min, x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$$

13. Какая точка выпуклого множества X называется крайней?

точка, которая не может быть выражена в виде выпуклой комбинации других точек.

14. Какое условие налагается на вводимую в базис переменную при переходе от одного базисного решения к другому?

$$\Delta_r = \max \Delta_j$$

15. Как называют переменные, входящие только в одно из уравнений системы с коэффициентами 1, а во все остальные с коэффициентами равными 0?

базисными.

16. При каком условии базисное решение называется допустимым?

$x_i \geq 0$

Тема 5. Решение оптимизационных задач, оптимально распределения вычислительных ресурсов в ЭВМ.

Задания:

Овладеть способами решения прикладных задач оптимизации.

Решить типовые задачи для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Указания по выполнению заданий:

Решение задач из:

[5 осн. лит]: 2.5, 2.7; задание по методическому пособию, индивидуальные карточки

Контрольные вопросы:

1. Что обозначается выражением в задачах о распределении средств, решаемых методами динамического программирования?

условная оптимальная прибыль.

2. Что целесообразно применять в качестве критерия оптимальности в задаче оптимизации параметров переключательных электронных схем?

критерий минимального запаса работоспособности.

3. При каком условии клетки матрицы перевозок называются базисными?

$x_{ij} > 0$

4. Чему должно быть равно общее число базисных клеток в матрице?

$m + n - 1$

5. Чему должно быть равно конечное состояние процесса распределения в задачах распределения средств?

0

6. Что обозначает параметр Q в выражении оптимального режима проведения процесса ?

функционал.

7. Что используется в качестве критерия оптимальности?
взвешенный метод наименьших квадратов.
8. Каким выражением определяется рост цепи в схеме модели кинетики полимеризационного процесса?
$$P_{n,l} + M \xrightarrow{nk_2} P_{n,l+1}.$$
9. Какое тождество справедливо для каждой базисной клетки при решении транспортной задачи методом потенциалов?
$$\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$$
10. Что является критерием оптимальности в задачах о распределении средств, решаемых методами динамического программирования?
максимальное значение Z.
11. Что не используется в качестве данных при параметрической идентификации процесса полимеризации?
концентрация активных центров.
12. От чего не зависит начальный план перевозок, получаемый методом северо-западного угла?
от стоимости.
13. При каком условии для относительных оценок считается решенной транспортная задача?
$$\Delta_{ij} \geq 0$$

9.2 Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Требования к подготовке и содержанию письменных работ (реферата, доклада):
1. Соответствие содержания теме и плану работы.
2. Полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы.
3. Достаточность фактов, позволяющих проиллюстрировать актуальность избранной проблемы, способы ее решения.
4. Работа с литературой, систематизация и структурирование материала.
5. Обобщение и сопоставление различных точек зрения по рассматриваемому вопросу.
6. Наличие и четкость выводов, резюме.

При оформлении отчета по практическим занятиям необходимо следовать указаниям по выполнению заданий и ходу работы и подготовить краткие письменные ответы на контрольные вопросы. Студент должен быть готов к устной сдаче ответов на вопросы.
Общие требования к содержанию и оформлению курсовых работ содержатся в «Методических рекомендациях по подготовке и оформлению курсовой работы» (официальный сайт кафедры ФПМ ИИНТБ РГГУ).
На доклад по защите курсовой работы может отводиться до 10 минут.

Приложение 1. Аннотация
рабочей программы дисциплины

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Методы оптимизации» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.
Цель дисциплины: сформировать у студентов методологические основы системного анализа и методов решения оптимизационных задач при обосновании и принятии организационно-технических решений.
Задачи:
- ознакомить студентов с процессом разработки методов оптимизации для обоснования и принятия решений по защите информации; оценка достоинств и недостатков методов оптимизации, возможности их реализации при помощи ЭВМ;
- сформировать основы математического аппарата для реализации методов оптимизации и системного анализа с выходом на принятие решений в условиях неопределенности и риска;
- научить понимать движение информационных потоков в связи с решением следующих оптимизационных задач:
• распределения вычислительных потоков многопроцессорных ЭВМ;
• синтеза искусственных нейронных систем;
• распределения ресурсов в случаях высокой размерности;
• обеспечения высокого уровня надежности и безопасности функционирования информационных систем.
Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
Знать: эволюцию системных представлений; основные понятия и определения; содержание и сущность математических методов оптимизации, методы выбора и принятия решений как завершающей стадии системного прохода к проектированию, созданию и эксплуатации информационных систем.
Уметь: обобщать и анализировать информацию, формулировать цели и выбирать оптимальные пути их достижения; формулировать сущность конкретных методологических принципов системного анализа, принятия решений и метолов оптимизации; применять основные изученные методы оптимизации в процессе принятия альтернативных решений во многокритериальных задачах с учетом неопределенности и риска.
Владеть: представлением о перспективах развития системного прохода и методов оптимизации выбора альтернативных решений; представлением о возможностях применения ЭВМ с целью реализации методов оптимизации, составляющих основу перспективных информационных систем безопасности, функционирующих в режиме реального времени.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме оценки курсовой работы, экзамена.
Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Приложение 2

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ[1]

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола

[1] Для ОП ВО магистратуры изменения только за 2020 г.